

「EQUATRAN-M」技術計算用連立方程式解法言語

(4)

EQUATRAN-M による熱交換器の設計・解析

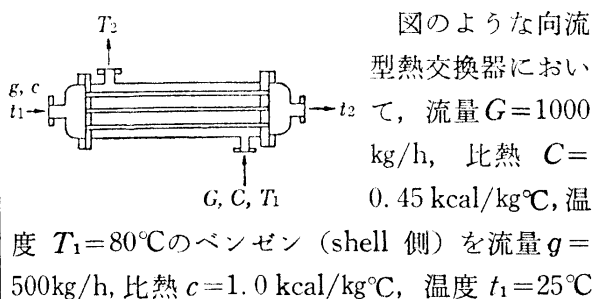
林 田 豊*
佐渡友 秀 夫**
宮 原 昱 中***

前回は EQUATRAN-M の各種化工計算への応用について述べたが、今回は化学装置の中で最も広く使用されている機器の一つである熱交換器を取り上げる。熱交換器の計算法は数多く提案されており、それらの計算式と条件を入力するだけで解を求めてくれる EQUATRAN-M の機能が威力を発揮する。従って、単独の熱交換器はもとより熱交換器列やネットワーク問題などの設計・解析に大変便利である。

1. 各種熱交換器

はじめに、基本的な形式の熱交換器、つまり向流型、並流型、1-2型(shell側1パス、tube側2パス)の各タイプについて EQUATRAN-M の適用例を示そう。

<例題 4.1: 向流型熱交換器>



の冷却水 (tube 側) と熱交換を行なう。伝熱面積 $A=5$ m², 総括伝熱係数 $U=400$ kcal/m² h°C とするとき、各流体の出口温度 T_2, t_2 を求めよ。

解-1: 対数平均温度差による方法) 基礎式は、両流体に対する熱収支式から伝熱量 Q [kcal/h]

$$\left. \begin{aligned} Q &= GC(T_1 - T_2) \\ &= gc(t_2 - t_1) \end{aligned} \right\} \quad (4-1)$$

および熱交換器の熱移動式

$$Q = UA(\Delta t) \quad (4-2)$$

であり、平均温度差 (Δt) は通常、対数平均温度差 $(\Delta t)_{LM}$ が用いられる。

$$(\Delta t) = (\Delta t)_{LM} = \frac{(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)}{\ln \frac{(T_1 - t_2)}{(T_2 - t_1)}} \quad (4-3)$$

(4-1)~(4-3) 式をそのまま表わせば EQUATRAN-M への計算指示となり、そのリスト及び計算結果を表 4-1 に示す。両流体の出口温度を求めるには(4-3)式が未知数 t_2 または T_2 に関して非線形となり、繰り返し計算が必要である。これには、リスト22行目の RESET 文で t_2 を繰り返し変数に指定し、変域を t_1 (25°C) から T_1 (80°C) の間で初期値をその中間値の 50°C としている。繰り返し計算のチェックは式ラベル eq で指定した20行目の式で行なう。

解-2: 線形化による方法) 解-1の方法は繰り返し計算が必要であったが、線形化による方法を示す。いま、両流体の出入口温度差の比 (または熱

* Yutaka Hayashida 三井東圧化学(株)システム部主務

** Hideo Sadotomo 三井東圧化学(株)システム部 主席部員

*** Koreatsu Miyahara 三井東圧化学(株)システム部次長

表4-1 例題4.1の解-1

```

1: /* 向流型熱交換器の設計(1) */
2: /*
3:      G, C  +-----+
4:      T1 -----> |.....|-----> T2
5:                  | U, A |
6:      t2 <-----|.....|<----- t1
7:      g, c  +-----+
8:
9:      g, G : 液流量 [kg/h]
10:     c, C : 液比熱 [kcal/kg/°C]
11:     A : 伝熱面積 [m2]
12:     U : 総括伝熱係数 [kcal/m2/h/°C]
13:     T : 高温流体温度 [°C]
14:     t : 低温流体温度 [°C]
15:     dT : 対数平均温度差 [°C]
16:     Q : 伝熱量 [kcal/h]
17: */
18: Q = G * C * (T1-T2)
19: Q = g * c * (t2-t1)
20: eq: Q = U * A * dT
21: dT = ((T1-t2)-(T2-t1))/loge((T1-t2)/(T2-t1))
22: reset t2 # 50 [25,80] by eq
23:
24: input G,C,g,c,U,A,T1,t1
25: output t1,t2,T1,T2,dT,Q

[ 入力値(=) または 初期値(#) ]
G = 1000
C = 0.45
g = 500
c = 1
U = 400
A = 5
T1 = 80
t1 = 25
t2 = # 50

[ 計算結果 ]
t1 = 25
t2 = 66.994684
T1 = 80
T2 = 33.33924
dT = 10.500049
Q = 20997.342008

```

容量流量の比) R , 低温流体の温度差と両流体の入口温度差との比(熱交換効率または温度近づき比) P を導入する¹⁾.

$$R = \frac{T_1 - T_2}{t_2 - t_1} = \frac{gc}{GC} \quad (4-4)$$

$$P = \frac{t_2 - t_1}{T_1 - t_1} \quad (0 \leq P < 1) \quad (4-5)$$

P , R を用いると(4-4), (4-5)式から両流体の出口温度 T_2 , t_2 は入口温度 T_1 , t_1 と線形な関係で表わされる. すなわち, 行列表示すると²⁾,

$$\begin{pmatrix} T_2 \\ t_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1-P & P \\ PR & 1-PR \end{bmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ t_1 \end{pmatrix} \quad (4-6)$$

である. ところで, (4-1)~(4-3)式に(4-4), (4-5)式を組合せると次式が得られる.

$$\frac{UA}{gc} = \frac{1}{R-1} \ln \frac{1-P}{1-PR} \quad (R \neq 1) \quad (4-7)$$

(4-7)式から未知数 P が直接得られ, (4-4), (4-5)式と組合せて繰り返し計算なしに T_2 , t_2 が求められるので大変便利である. リスト及び計算結果を表4-2に示すが, Q , (Δt) は(4-1), (4-2)式から算出される.

ところで, $R=1$ すなわち, $T_1 - t_2 = T_2 - t_1$ の

表4-2 例題4.1の解-2

```

1: /* 向流型熱交換器の設計(2) */
2: /*
3:      G, C  +-----+
4:      T1 -----> |.....|-----> T2
5:                  | U, A |
6:      t2 <-----|.....|<----- t1
7:      g, c  +-----+
8: */
9: P = (t2-t1)/(T1-t1)
10: R = g*c/(G*C) ; R = (T1-T2)/(t2-t1)
11: U*A/(g*c) = loge((1-P)/(1-P*R))/(R-1)
12: Q = g*c*(t2-t1)
13: dT = Q/(U*A)
14:
15: input G,C,g,c,U,A,T1,t1
16: output t1,t2,T1,T2,dT,Q

[ 入力値(=) または 初期値(#) ]
G = 1000
C = 0.45
g = 500
c = 1
U = 400
A = 5
T1 = 80
t1 = 25

[ 計算結果 ]
t1 = 25
t2 = 66.995719
T1 = 80
T2 = 33.33809
dT = 10.49893
Q = 20997.859561

```

場合は (Δt) として対数平均温度差は使えず, 算術平均 $(\Delta t)_{AM} = \{(T_1 - t_2) + (T_2 - t_1)\} / 2$ によるが, 線形化法では(4-7)式の代わりに次式を用いる.

$$\frac{UA}{gc} = \frac{P}{1-P} \quad (4-8)$$

更に, $R=1$ の近傍だけでなくより適用範囲の広い近似式として, 算術平均と幾何平均 $(\Delta t)_{GM} = \{(T_1 - t_2)(T_2 - t_1)\}^{1/2}$ を組合せた式

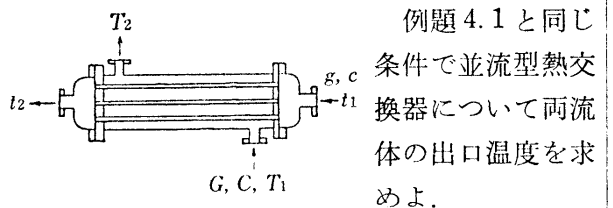
$$(\Delta t) = \frac{1}{3}(\Delta t)_{AM} + \frac{2}{3}(\Delta t)_{GM} \quad (4-9)$$

が便利である^{3), 4)}.

以上, 両流体の出口温度が未知数のケースについて述べたが, 一方の出口温度(例えば T_2)を与えて A を求めるときは, 表4-2の例では INPUT 文, OUTPUT 文の A と T_2 を入れ換えるだけで簡単に修正ができる.

次に並流型熱交換器の場合を考える.

<例題 4.2: 並流型熱交換器>



例題4.1と同じ条件で並流型熱交換器について両流体の出口温度を求めよ.

解) 並流の場合, 対数平均温度差は(4-3)式の代わりに

$$(\Delta t)_{LM} = \frac{(T_1 - t_1) - (T_2 - t_2)}{\ln \frac{T_1 - t_1}{T_2 - t_2}} \quad (4-10)$$

であるから(4-7)式は次式で書き直せる。

$$\frac{UA}{gc} = \frac{1}{R+1} \ln \frac{1}{1-P(R+1)} \quad (4-11)$$

つまり、表4-2で(4-7)式に対応する11行目を(4-11)式で置換えればよく、そのリスト及び計算結果を表4-3に示す。

表4-3 例題4.2の解

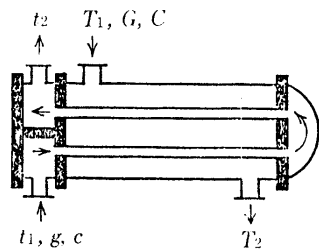
```

1: /* 並流型熱交換器の設計 */
2: /*
3:      G, C      +-----+
4:      T1 ----->|.....|-----> T2
5:                  |  U, A  |
6:      t1 ----->|.....|-----> t2
7:                  |  g, c  |
8:      */
9:      P = (t2-t1)/(T1-t1)
10:     R = g*c/(G*C) ; R = (T1-T2)/(t2-t1)
11:     U*A/(g*c) = loge(1/(1-P*(R+1)))/(R+1)
12:     Q = g*c*(t2-t1)
13:     dT = Q/(U*A)
14:
15:     input G, C, g, c, U, A, T1, t1
16:     output t1, t2, T1, T2, dT, Q
[ 計算結果 ]
t1 = 25
t2 = 51.047028
T1 = 80
T2 = 51.058858
dT = 6.511757
Q = 13023.513932

```

同様なアプローチは、1-2 shell-tube 型熱交換器にも適用できる。

<例題 4.3 : 1-2 shell-tube 型熱交換器>



例題4.1と同じ条件で1-2 shell-tube 型熱交換器について両流体の出口温度を求めよ。

解) 1-2 型熱交換器では、チューブ側とシェル側の流れはチューブ側流体の流れによって向流と並流の箇所が生じる。Kern¹⁾によれば、1-2型の熱移動式は(4-7)式と同様に次式で表わされる^{注)}。

$$\frac{UA}{gc} = \frac{1}{S} \ln \frac{2-P(R+1-S)}{2-P(R+1+S)} \quad (4-12)$$

$$\text{ただし, } S = (1+R^2)^{1/2} \quad (4-13)$$

さて、(4-12)、(4-13)式を用いれば表4-2、表4-3と同様に線形化して計算できる。リストおよび計算結果を表4-4に示す。

表4-4 例題4.3の解

```

1: /* 1-2 型熱交換器の設計 */
2: /*
3:      G, C      +-----+      g, c
4:      T1 ----->|.....|-----> T1
5:                  |.....|-----> T2
6:                  |.....|-----> t2
7:                  +-----+
8:      */
9:      P = (t2-t1)/(T1-t1)
10:     R = g*c/(G*C) ; R = (T1-T2)/(t2-t1)
11:     U*A*S/(g*c) = loge((2-P*(1+R-S))/(2-P*(1+R+S)))
12:     S = sqrt(1+R^2)
13:     Q = g*c*(t2-t1)
14:     dT = Q/(U*A)
15:
16:     input g, c, G, C, U, A, T1, t1
17:     output t1, t2, T1, T2, dT, Q
[ 計算結果 ]
t1 = 25
t2 = 55.441043
T1 = 80
T2 = 46.176619
dT = 7.610261
Q = 15220.521303

```

注) シェル側流れ方向が左右逆の場合でも、(4-12)、(4-13)式が成り立つ。

なお、代表温度差を $(\Delta t)_{LM}$ として、(4-2)式に温度差修正係数 F_T を導入した

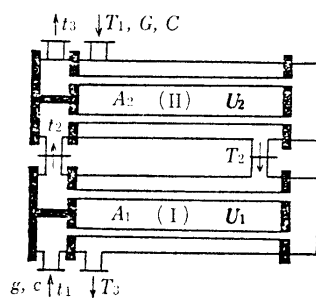
$$Q = UA(\Delta t)_{LM} F_T \quad (4-14)$$

が実用的に用いられている。1-2 型では(4-12)式と(4-7)式の比が F_T の値であり、一般にシェル、チューブ側のパス数に応じて F_T の値が図表で示されることが多い。

2. 多段熱交換器

1で述べた熱交換器の基本タイプを組合せることにより、熱交換器列や多シェル型の熱交換器の検討が可能となる。

<例題 4.4 : 2段熱交換器>



図のような1-2型熱交換器を2段接続したとき、例題4.1の系で $U_1 = U_2 = 400$ kcal/m² h°C, $A_1 = A_2 = 5$ m² として各流体の出口温度 T_2, T_3, t_2, t_3 を求めよ。

解) 例題4.3で示した1-2型熱交換器に対する各式を2つの熱交換器について表わし、連立方程式を解けばよい。ここではマクロの機能を用いて簡略化する。リスト及び計算結果を表4-5に示す。18~25行目がマクロ名HXで表わされる1-2型熱

$u_i, (dt)_i (i=1\sim 3)$ の小文字で表わすことにする。蒸発部 1 B に対しては、流体 1 の蒸発潜熱を λ とし、

$$\begin{aligned} q_2 &= G_1 \lambda \\ &= G_3 C g_3 (T_4 - T_5) \\ &= u_2 a_2 (dt)_2 \end{aligned} \quad (4-15)$$

の関係式を使う。熱交 1 全体については、

$$Q_1 = \sum_{i=1}^3 q_i \quad (4-16)$$

$$A_1 = \sum_{i=1}^3 a_i \quad (4-17)$$

である。リスト及び計算結果を表 4-6 に示す。リスト中では、変数の添字はベクトル表示しており、 λ は lamd としている。18~23 行目が向流型熱交換器のマクロで、25, 35, 45, 50 行目の CALL 文が各々熱交 1 A, 1 C, 2, 3 に対応している。30~33 行目は熱交 1 B について、40~43 行目は熱交 1 全体に関する式である。

この問題では、熱交 1 C の伝熱面積 a_3 と出口温度 T_4, t_3 が未知であるので、 a_3 を繰り返し変数として初期値を与える (54 行目) と熱交 1 C, 2, 3 の各式が線形な連立方程式となり、これらの各出口温度が求まる。次に、熱交 1 A, 1 B の式から T_5, T_6 が求まる。収束の判定は (4-17) 式 (リスト 41 行目) で行なえばよい。

なお、EQUATRAN-M はケーススタディの便利な機能を持っている。データの入力は、INPUT 文で指定した変数について対話型、一括入力型及びこの組合せが可能である。一括入力の方法として、表 4-6 に示すようなデータテキストをあらかじめ作成しておき、この中で各ケースのデータを “>GO” で区切れば連続して複数ケースの計算が実行される。2 ケース目以降で指定しない変数は、前ケースの値が用いられる。

4. 最適化

伝熱面積を最小化する向流型熱交換器の最適設計計算については、例題 2.4⁵⁾ で示した。次に多段熱交換器システムの最適化問題を取りあげる。

<例題 4.6: 向流型多段熱交換器システムの最適化⁶⁾>

図の 3 段熱交換器システムにおいて、低温流体を t_0 から t_3 まで加熱する時に、3 つの熱交換器伝熱面積の総和を最小せよ。ただし、 $G=5000\text{kg/h}$, $g=30000\text{kg/h}$, $C=1\text{kcal/kg}^\circ\text{C}$, $c=0.5\text{kcal/kg}^\circ\text{C}$, $U=200\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$, $t_0=20$

表 4-6 例題 4.5 の解

```

1: /* 3 連熱交換器の設計 */
2: /*
3:     流体 2
4:     |-----|
5:     | t3      | G2      |
6:     |-----| V t4      |
7:     |-----|-----|
8:     | 熱交 1 | 熱交 2 | 熱交 3 |
9:     | A1,U1 | A2,U2 | A3,U3 |
10:    |-----|-----|
11:    | T6     | T3     | T2     |
12:    |-----|-----|
13:    | A t1   | t5     | t6     |
14:    | G1     | V      | V      |
15:    |-----|-----|
16:    流体 1
17: */
18: var Q(3),U(3),A(3),G(3),P(4),R(4),Cg(3)
19: var q(3),u(3),a(3),T(6),t(6),DT(3),dt(3)
20:
21: macro HEX /* 向流型熱交換器のマクロ */
22: P=(to-ti)/(Ti-t1)
23: R=c*g/(C*G) ; R=(Ti-To)/(to-t1)
24: U*A/(g*c)=log((1-P)/(1-P*R))/(R-1)
25: Q=g*c*(to-ti) ; Q=U*A*dT
26: end HEX
27:
28: /* 熱交 1 フレッシュ部 */
29: HX1A:call HEX(U=u(1),A=a(1),Ti=T(5),To=T(6),...
30:             t1=t(1),to=t(2),Q=q(1),dT=dt(1),...
31:             P=P(1),R=R(1),C=Cg(3),c=C(1),...
32:             G=G(3),g=g(1) )
33:
34: /* 熱交 1 蒸発部 */
35: HX1B:q(2)=Cg(3)*G(3)*(T(4)-T(5))
36: q(2)=G(1)*lamd ; q(2)=u(2)*a(2)*dt(2)
37: dt(2)=(T(4)-T(5))/...
38: log((T(4)-t(2))/(T(5)-t(2)))
39:
40: /* 熱交 1 ヒータ部 */
41: HX1C:call HEX(U=u(3),A=a(3),Ti=T(3),To=T(4),...
42:             t1=t(2),to=t(3),Q=q(3),dT=dt(3),...
43:             P=P(2),R=R(2),C=Cg(3),c=Cg(1),...
44:             G=G(3),g=g(1) )
45:
46: /* 熱交 1 全体 */
47: Q(1)=sum(q) ; Q(1)=U(1)*A(1)*DT(1)
48: eal :A(1)=sum(a)
49: DT(1)=(T(3)-t(3))-(T(6)-t(1))/...
50: log((T(3)-t(3))/(T(6)-t(1)))
51:
52: /* 熱交 2 */
53: HX2:call HEX(U=U(2),A=A(2),Ti=T(2),To=T(3),...
54:             t1=t(3),to=t(6),Q=Q(3),dT=DT(3),...
55:             P=P(4),R=R(4),C=Cg(3),c=Cg(1),...
56:             G=G(3),g=g(1) )
57:
58: /* 熱交 3 */
59: HX3:call HEX(U=U(3),A=A(3),Ti=T(1),To=T(2),...
60:             t1=t(3),to=t(6),Q=Q(3),dT=DT(3),...
61:             P=P(4),R=R(4),C=Cg(3),c=Cg(1),...
62:             G=G(3),g=g(1) )
63:
64: reset a(3) # 20 [ 0, 40 ] by eal
65:
66: input G,A,U(2:3),u,Cg,C1,lamd,T(1),t(1:2,4)
67: output Q,q,T,t,a
68:
69: /* 3 連熱交換器データテキスト */
70: G = ( 3000, 3000, 5500 )
71: A = ( 40, 40, 30 )
72: u = ( 120, 250, 100 )
73: Cg = ( 0.40, 0.52, 0.45 )
74: U(2:3) = ( 100, 100 )
75: C1 = 0.65
76: lamd = 85
77: T(1) = 500
78: t(1:2,4) = ( 80, 150, 250 ) ; >GO
79: G = ( 3000, 3500, 5500 ) ; >GO
80: G = ( 3000, 4000, 5500 ) ; >GO
81:
82: [ 計算結果 ]
83:
84: Q =
85: 1) 4.332865E+005 2) 1.545620E+005 3) 3.161681E+005
86:
87: q =
88: 1) 1.365000E+005 2) 2.550000E+005 3) 41786.524813
89:
90: T =
91: 1) 500 2) 372.255295 3) 309.806017
92: 4) 292.922573 5) 189.89227 6) 134.740755
93:
94: t =
95: 1) 80 2) 150 3) 184.822104
96: 4) 250 5) 349.07818 6) 448.295559
97:
98: a =
99: 1) 24.240486 2) 12.633593 3) 3.12416

```

$^{\circ}\text{C}$, $t_3=60^{\circ}\text{C}$, $T_{1i}=60^{\circ}\text{C}$, $T_{2i}=80^{\circ}\text{C}$, $T_{3i}=100^{\circ}\text{C}$ とする。

解) 各熱交換器ともに向流型として, 例題 4.5 と同じマクロを用い, 最適化機能 (FIND 文) により, 目的関数 $F=A_1+A_2+A_3$ を最小化する. 低温流体の出口温度 t_3 が指定されているので独立変数として 2 変数を選べるが, 伝熱面積 A をとると変域は $0 \leq A < \infty$ である. 一方, (4-5) 式で定義した P を用いると $0 \leq P < 1$ となり変域が狭まる. 更に(4-7)式の右辺の条件から $(1-P)/(1-PR) > 0$ すなわち $P < 1/R$ の関係と組合せて⁶⁾

$$0 \leq P < \min(1, 1/R)$$

本例では $R_i=3 (i=1 \sim 3)$ であるから P の変域は $0 \leq P_i < 1/3 (i=1 \sim 3)$ となる. リスト及び計算結果を表 4-7 に示す. 25~28 行目は, 独立変数 P_2, P_3 の探索範囲 $0 < P_2, P_3 < 0.333$ で, $0 < P_1 < 0.333$ の制約条件のもとに目的関数 $F = \sum_{i=1}^3 A_i$ を最小化することを表わしている. 高松ら⁶⁾ によ

表 4-7 例題 4.6 の解

```

1:  /* 熱交換器ネットワークの最適化 */
2:
3:  /* T1i | G, C   T2i | G, C   T3i | G, C
4:      v         v         v
5:  t0  |-----| t1  |-----| t2  |-----| t3
6:  | A1 |-----| A2 |-----| A3 |-----|
7:  |-----|-----|-----|-----|
8:  g, c |-----|-----|-----|-----|
9:  |-----|-----|-----|-----|
10:     |         |         |
11:     v         v         v
12:     T1o      T2o      T3o
13:  */
14: GLOBAL U=U, g=g, c=c, G=G, C=C
15: macro HX /* 向流熱交換器 */
16:   P = (t2-t1)/(T1-t1)
17:   R = g*c/(G*C) ; R = (T1-T2)/(t2-t1)
18:   exp(U*A*(R-1)/(g*c)) = (1-P)/(1-P*R)
19: end HX
20:
21: call HX(t1=t0, t2=t1, T1=T1i, T2=T1o, P=P1, R=R1, A=A1)
22: call HX(t1=t1, t2=t2, T1=T2i, T2=T2o, P=P2, R=R2, A=A2)
23: call HX(t1=t2, t2=t3, T1=T3i, T2=T3o, P=P3, R=R3, A=A3)
24:
25: F = A1 + A2 + A3
26: COND = IF(0.0 < P1 & P1 < 0.333)
27: FIND (P2 #0.3[0.0, 0.333], P3 #0.3[0.0, 0.333]) ..
28: minimize F under COND
29:
30: input G, C, g, c, U, t0, t3, T1i, T2i, T3i
31: output t0, t1, t2, t3, T1o, T2o, T3o
32: output F, A1, A2, A3, P1, P2, P3

```

[計算結果]

```

t0 = 20
t1 = 29.278889
t2 = 43.293165
t3 = 60
T1o = 32.163333
T2o = 37.957171
T3o = 49.879496
F = 156.470497
A1 = 34.744654
A2 = 54.080227
A3 = 67.645616
P1 = 0.231972
P2 = 0.276301
P3 = 0.294618

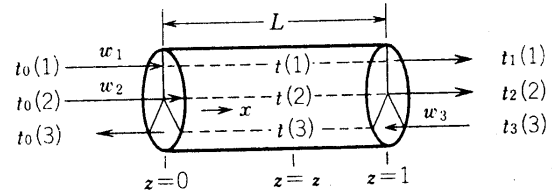
```

り解の一意性の証明と実行可能領域が示されており, P_2, P_3 の初期値はこの領域内の値を与えればよい.

5. 多流体熱交換器

3つ以上の流体を同一熱交換器で熱交換することは, 装置がコンパクトになる, 外部への熱損失が少ないなどの利点から極低温の空気分離装置等で利用されている.

<例題 4.7: 3 流体平行流熱交換器の設計⁷⁾>



図のように高温流体(3)が平行に流れる2種の低温流体(1, 2)と向流接触して冷却される3流体熱交換器を設計する. 各流体の熱容量流量 w_i は流れの方向を示す符号をつけてそれぞれ 8000, 6000, -10000 kcal/h $^{\circ}\text{C}$ で, 入口温度は 60, 100, 180°C である. いま, 高温流体の出口温度を 120°C とするのに必要な管長 $L[\text{m}]$ を求めよ. ただし, 流体 i と流体 j の熱交換における単位長さ当りの伝熱面積 h_{ij} は全て $1 \text{ m}^2/\text{m}$ で, 総括伝熱係数 U_{ij} は $U_{12}=300, U_{13}=250, U_{23}=200$ kcal/m 2 h $^{\circ}\text{C}$ とする.

解) いま, 無次元距離 $z=x/L$ を定義し, $z=0, z=1$ における温度を t_0, t_1 とする. 文献⁹⁾ に従って定式化すると, 微小長さ dz における熱収支から第 i 流体の z 方向温度変化は次の微分方程式で表わされる.

$$-w_i \frac{dt_i}{dz} = \sum_{j=1, j \neq i}^3 U_{ij} h_{ij} L (t_i - t_j) \quad (4-18)$$

ここで, 入口温度のうち最高と最低のものを t_{\max}, t_{\min} として次式で温度を無次元化する.

$$T = (t - t_{\min}) / (t_{\max} - t_{\min}) \quad (4-19)$$

これを(4-18)式に代入して整理すると,

$$d\mathbf{T}/dz = \mathbf{A}\mathbf{T} \quad (4-20)$$

\mathbf{T} は (T_1, T_2, T_3) から成るベクトルで, \mathbf{A} は次式の a_{ij} を要素とする 3×3 の係数行列である.

$$\left. \begin{aligned} a_{ij} &= U_{ij} h_{ij} L / w_i \quad (i, j=1 \sim 3; i \neq j) \\ a_{ii} &= -\sum_{j=1, j \neq i}^3 a_{ij} \quad (i=1 \sim 3) \end{aligned} \right\} \quad (4-21)$$

(4-20)式の線形常微分方程式の解はAの3つの固有値 λ_i と固有ベクトル行列S(第i列が λ_i に属する固有ベクトルから成る)とにより次式で与えられる⁹⁾.

$$T = SF(z)S^{-1}T_0 \quad (4-22)$$

表4-8 例題4.7の解

```

1: /* 3流体平行流熱交換器の設計 */
2: /*
3:
4:   t0(1) ----> |-----| -----> t1(1)
5:   w2          |-----|
6:   t0(2) ----> |-----| -----> t1(2)
7:   w3          |-----| -----> t1(3)
8:   t0(3) <----|-----| <----> t1(3)
9:
10: */
11: var A(3,3),EV(3),G(3),G1(3),St(3,3),Si(3,3)
12: var t0(3),t1(3),t(3),T0(3),T1(3),T(3)
13:
14: macro ETECT /* 行列'A'の固有ベクトル */
15:   sum(A(2,3)*x) = lambda*x(2,3)
16:   x(1) = 1
17: end ETECT
18:
19: /* 熱交換行列'A'の生成 */
20: A(1,1) = -sum(A(1,2,3))
21: A(1,2) = U12*h12*L/w1 ; A(1,3) = U13*h13*L/w1
22: A(2,1) = U12*h12*L/w2 ; A(2,3) = U23*h23*L/w2
23: A(2,2) = -sum(A(2,1,3))
24: A(3,1) = U13*h13*L/w3 ; A(3,2) = U23*h23*L/w3
25: A(3,3) = -sum(A(3,1,2))
26:
27: /* 'A'の固有値'EV'と固有ベクトル'S'の計算 */
28: b = -(A(1,1) + A(2,2) + A(3,3))
29: c = A(1,1)*A(2,2)*A(3,3) + A(1,2)*A(2,3)*A(3,1) + A(1,3)*A(2,1)*A(3,2) - A(1,2)*A(2,1)*A(3,3) - A(1,3)*A(2,2)*A(3,1) - A(1,1)*A(2,3)*A(3,2)
30: EV(1) = (-b + sqrt(b^2-4*c))/2
31: EV(2) = (-b - sqrt(b^2-4*c))/2
32: EV(3) = 0
33: call ETECT (A=A, lambda=EV(1), x=St(1))
34: call ETECT (A=A, lambda=EV(2), x=St(2))
35: St(3) = 1 /* StはSの転置行列 */
36:
37: /* 'S'の逆行列'Si'の計算 */
38: sum(Si*St(1)) = (1, 0, 0)
39: sum(Si*St(2)) = (0, 1, 0)
40: sum(Si*St(3)) = (0, 0, 1)
41:
42: /* 無次元温度変換 */
43: tmax = max(max(t0(1),t0(2)),t1(3))
44: tmin = min(min(t0(1),t0(2)),t1(3))
45: T0 = (t0-tmin)/(tmax-tmin)
46:
47: /* at z=1 */
48: EQ:sum(Si*T1) = G1*sum(Si*T0)
49: G1 = exp(EV)
50: T1 = (t1-tmin)/(tmax-tmin)
51: RESET L #10 [0,50] BY EQ(3)
52:
53: /* at z=z */
54: sum(Si*T) = G*sum(Si*T0)
55: G = exp(EV*z)
56: T = (t-tmin)/(tmax-tmin)
57:
58: input w1,w2,w3 /* 熱容量流量 [kcal/h/°C] */
59: input h12,h13,h23 /* 伝熱面積 [m2/m] */
60: input U12,U13,U23 /* 伝熱係数 [kcal/h/m2°C] */
61: input t0(1:3),t1(3) /* 入口温度 [°C] */
62: input z /* 無次元距離 [-] */
63: output L,t0,t1,z,t
64:
65: /* 3流体熱交換器のデータテキスト */
66: w1 = 8000 ; w2 = 6000 ; w3 = -10000
67: h12 = 1 ; h13 = 1 ; h23 = 1
68: U12 = 300 ; U13 = 250 ; U23 = 200
69: t0(1:3) = 60 , 100 , 120
70: t1(3) = 180
71:
72: [ 計算結果 ]
73: L = 26.280615
74: t0 =
75: 1) 60          2) 100          3) 120
76: t1 =
77: 1) 118.877655 2) 121.500794 3) 180
78: z = 0.2
79: t =
80: 1) 75.269427  2) 96.925369  3) 130.370763

```

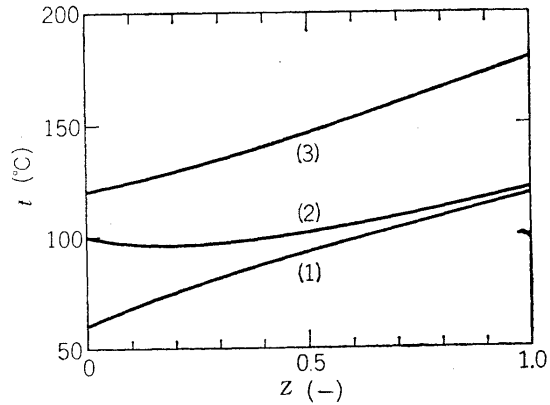


図4-1 3流体熱交換器の温度分布

または両辺に S^{-1} をかけて

$$S^{-1}T = \Gamma(z)S^{-1}T_0 \quad (4-22')$$

なお,

$$\Gamma(z) = \begin{bmatrix} e^{\lambda_1 z} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 z} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\lambda_3 z} \end{bmatrix}$$

ここで、 T_0 は $z=0$ における無次元温度である。また、Aの行列式は0であり $\sum w_i \neq 0$ のときは1つの固有値が0であるから、解くべき固有変数項は2次式となる。

以上に基づき本例題の解をEQUATRAN-Mで書いたリストが表4-8である。20~25行目で行列Aの要素を定義し、28~36行目で2次の固有変数項の根として固有値EVを表わし、固有ベクトルを求めている。なお、固有値0に属する固有ベクトルは(1, 1, 1)とする。固有ベクトル行列StはSの転置行列である(行と列が入れ換えられている)ことに注意。EQとラベルされた49行目は(4-22')式に従って $z=1$ でのTの値T1と $T_0(T_0)$ の関係を3流体につきまとめて表現している(Gは Γ の対角要素ベクトル)。そして、52行目で $t_0(3)$ が指定値になるようLをくり返し変数としてEQの3番目の式で収束判定をする。なお、55~57行目は任意のzに対するtの値の計算である。

さて、例題の条件を与えるデータテキストと計算結果を表4-8に付したが、zの値を変えてケーススタディすることにより各流体のz方向の温度分布を求めることができ(図4-1)、第2流体が $z=0.2$ 近くで極小値をもつことがわかる。

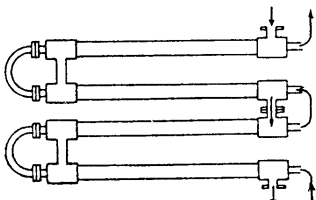
なお、Lを与えて $t_0(3)$ を求める性能評価の場合はくり返し計算が不要となる。

表4-9 例題4.8の解

6. 二重管式熱交換器

次に、フィンを持たない伝熱管の二重管式熱交換器の設計問題をとりあげる。本誌¹⁰⁾に掲載されたBASICによるプログラムをEQUATRAN-Mで解いてみよう。(圧力損失の計算は省略した。)

<例題 4.8 : 向流型二重管式熱交換器>



次表の設計条件で向流型二重管式熱交換器の所要伝熱面積、伝熱管長及び本数を求めよ。ただし、伝熱管の長さは6 m単位。デザインファクターは1.3とする。

設計条件

	内管	外管	記号
流体	ベンゼン	トルエン	
管内径 m	0.0355(1 ^{1/4} B)	0.0527(2 ^B)	d
管外径 m	0.0427	—	dio
入口温度 °C	25	70	ti
出口温度 °C	50	40	to
流量 kg/h	4000	3220	w
汚れ係数 m ² h°C/kcal	0.0002	0.0002	r
密度 kg/m ³	880	870	ro
比熱 kcal/kg°C	0.425	0.44	cp
粘度 c. p.	0.5	0.411	mu
熱伝導度 kcal/m h°C	0.135	0.126	k

解) リスト及び計算結果を表4-9に示す。計算式は本誌を参照してもらふこととして省くが、内管側、外管側の境膜伝熱係数はマクロにより簡単化できる。18~23行目のjファクターは、対比のため本誌にならってRe数の領域により適用式が異なるように、WHEN文を用いて分割している。

$$j_H = 1.8967(Re)^{0.338}/(L/d)^{0.345} \quad Re \leq 2100$$

$$= (38 - 25.171/(L/d)^{0.345})(Re - 2100)/7900$$

表4-10 EQUATRAN-M と BASIC との比較

	EQUATRAN-M	BASIC
適応性	必要な時すぐ	時間と手間を要す
解法のアルゴリズム	不要	式変形や計算手順、収束計算が必要
プログラム作成	式をそのまま記述	文法に従って全て記述
問題の変形	一部の式の修正のみ	アルゴリズム変更の時もあり
報告書	ソーステキストを使用可能	プログラムのドキュメントが必要
出力書式	所定出力	自由形式で作成

```

1: /* 完全向流型二重管式熱交換器の設計 */
2: /*
3:     添字 1 : 内管 (tube側)
4:     2 : 外管 (pipe側)
5: var ti(2), to(2), d(2), w(2), cp(2), g(2),...
6:     Re(2), Pr(2), a(2), u(2), ld(2), ..
7:     mu(2), k(2), h(2), jh(2), ro(2), r(2)
8: /* 伝熱量 */
9: Q = w(1)*cp(1)*abs(ti(1)-to(1))
10: /* 平均温度差 */
11: dt = (abs(ti(1)-to(2))-abs(to(1)-ti(2)))/..
12:     loge(abs(ti(1)-to(2))/abs(to(1)-ti(2)))
13: /* 境膜伝熱係数のマクロ */
14: macro HTCDEF
15:     Re=d*g/(mu*3.6) ; Pr=cp*mu*3.6/k
16:     g = w/a ; u = g/(3600*ro) ; fhi = 1.0
17:     h / fhi = jh * (k / d) * Pr ^ 0.333333
18:     jh = 1.8967*Re^0.338/ld^0.345 ..
19:     when Re<=2100 ..
20:         = (38-25.171/ld^0.345)*(Re-2100) ..
21:         /7900+25.171/ld^0.345 ..
22:     when 2100<Re & Re<=10000..
23:         = Re^0.82676/53.3654 when 10000<Re
24: end HTCDEF
25: /* 内管側境膜伝熱係数 */
26: call HTCDEF( d=d(1),g=g(1),w=w(1),u=u(1),...
27:     Re=Re(1),Pr=Pr(1),cp=cp(1),a=a(1),...
28:     mu=mu(1),k=k(1),h=hi,jh=jh(1), ..
29:     ro=ro(1),ld=ld(1) )
30: a(1) = 3.14159 / 4 * d(1) ^ 2
31: h(1) = hi * d(1) / dio
32: ld(1) = L / d(1)
33: /* 管状部境膜伝熱係数 */
34: call HTCDEF( d=d(2),g=g(2),w=w(2),u=u(2), ..
35:     Re=Re(2),Pr=Pr(2),cp=cp(2),a=a(2),...
36:     mu=mu(2),k=k(2),h=h(2),jh=jh(2), ..
37:     ro=ro(2),ld=ld(2) )
38: a(2) = 3.14159 / 4 * (d(2)^2-dio^2)
39: de = (d(2)^2-dio^2)/dio
40: ld(2) = L / d(2)
41: /* 総括伝熱係数 */
42: U = 1/(1/h(2)+r(2)+r(1)*dio/d(1)+1/h(1))
43: /* 所要伝熱面積 */
44: Areq = Q/(U * dt)
45: /* 伝熱管長,本数 */
46: Ncal = Lreq/L ; Lreq = Areq/(3.14159*dio)
47: /* 実際伝熱面積 */
48: Aact = 3.14159*dio*L*Nact
49: /* デザインファクター */
50: DF = Aact/Areq
51:
52: input ti,to,r,d,w,ro,mu,k,cp,dio,L,DF
53: output Q,U,Lreq,Areq,Aact,Ncal,Nact
54:
55: /* 二重管式熱交換器データテキスト */
56: ti = ( 25 , 70 )
57: to = ( 50 , 40 )
58: d = ( 0.0355 , 0.0527 )
59: w = ( 4000 , 3220 )
60: r = ( 0.0002 , 0.0002 )
61: ro = ( 880 , 870 )
62: mu = ( 0.5 , 0.411 )
63: k = ( 0.135 , 0.126 )
64: cp = ( 0.425 , 0.440 )
65: dio = 0.0427
66: L = 6
67: DF = 1.3
68:
69: [ 計算結果 ]
70: Q = 42500
71: U = 539.102571
72: Lreq = 33.812941
73: Areq = 4.535867
74: Aact = 5.898627
75: Ncal = 5.83549
76: Nact = 7.326137

```

$$+ 25.171/(L/d)^{0.345} \quad 2100 < Re \leq 10000$$

$$= (Re)^{0.82676}/53.3654 \quad 10000 < Re$$

伝熱管本数は実数値として求まるが、安全率を乗じて整数化すればよい。本例ではN=8本となる。EQUATRAN-M と BASIC 等のプログラミ

ングを比較すると、表4—10のようになる。
EQUATRAN-Mの便利な点が明らかであろう。
パッケージプログラムを含めた詳細な比較は文
献¹¹⁾を参照されたい。

今回はいろいろなタイプの熱交換器とその組合
せについて、EQUATRAN-Mを使えばかなり複
雑な問題も簡便にかつフレキシブルに検討できる
ことをご理解頂けたと思う。

さて次回は、プロセスの物質収支・熱収支計算
をテーマとしてEQUATRAN-Mを使う上での
要点を解説する予定である。

参考文献

- 1) D. Q. Kern : Process heat transfer, p. 144, Mc-Graw-Hill (1950).
- 2) 矢木栄, 西村肇 : 化学プロセス工学, p.200, 丸善

(1970).

- 3) F. Rodriguez : *Hydroc. Proc.*, Feb., p.125(1976).
- 4) W. R. Paterson, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 39, No. 11, p. 1635 (1984).
- 5) 佐渡友秀夫, 宮原晁中 : ケミカル・エンジニアリング, 1985年9月号, p. 63.
- 6) 高松武一郎, 橋本伊織, 西谷紘一 : 化学工学, 第38巻, 第4号, p. 309 (1974).
- 7) 尾花英朗 : 熱交換器設計ハンドブック, p. 190, 工学図書 (1974).
- 8) T. Zaleski : *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 39, No. 7/8, p. 1251 (1984).
- 9) (株)トバックス : 技術計算用数学手法コース(3) 数値微積分, p. 195 (1972).
- 10) ケミカル・エンジニアリング, 1984年6月号, p. 65.
- 11) 宮原晁中, 林田豊, 須藤精一 : 分離技術, Vol.15, No. 5, p. 21 (1985)